

Data Structures and algorithms

Instructor : Dr.Amin Eskandari

Head-Ta's : Hamid Namjoo manesh , Amir Hossein Hemati , Ali Mojahed

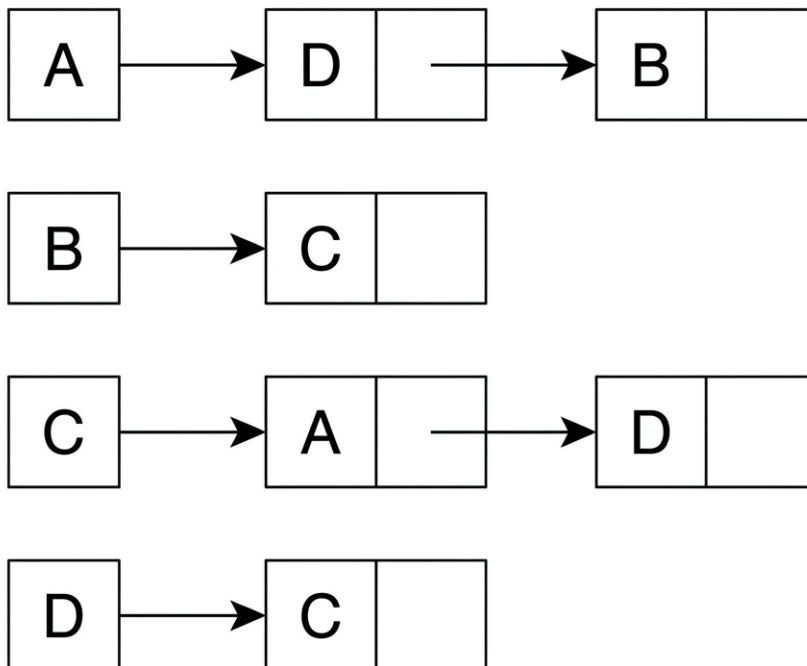
Ta's : Amir Mohammad Asadjoo , Padina razmjooi , Armin Janfaza , Alireza Heydari , Mahdi Torabi ,
Maryam Ghorbani , Fatemeh Keshavarz , MohammadReza Fasli , Abolfazl Tadrissi

Week 08 Questions

سوالات تکالیف هفته ۸

سوال اول (۱۰ امتیاز) :

شکل زیر یک لیست مجاورت مربوط به یک گراف جهت دار بدون وزن را نشان می دهد:



در این نمایش، هر رأس در سمت چپ قرار گرفته و کنار آن گره های موجود در لیست پیوندی نشان دهنده رؤوس مجاور آن هستند.

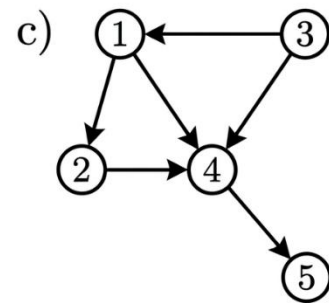
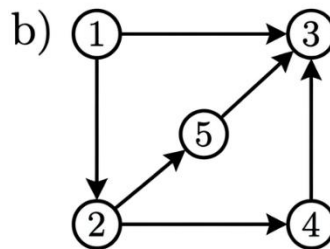
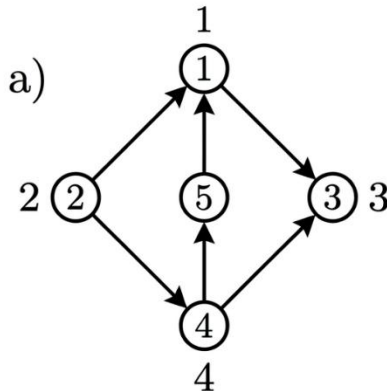
الف) گرافی را رسم کنید که لیست مجاورت آن مطابق شکل زیر باشد.

ب) یکی از روش‌های نمایش گراف استفاده از ماتریس مجاورت است. ماتریس مجاورت متناظر با گراف فوق را رسم کنید.

سوال دوم (۳۰ امتیاز) :

گرافهای زیر را به صورت ماتریس مجاورت ارائه دهید.

برای هر گراف، ماتریس مجاورت را بصورت یک ماتریس $n \times n$ (که n تعداد رؤوس است) ترسیم کنید. مقدار 1 نشان‌دهنده وجود یال و 0 نشان‌دهنده عدم وجود یال است. برای گرافهای جهت‌دار، جهت یال‌ها را در نظر بگیرید.



سوال سوم (۵۰ امتیاز) : شبکه برق شهر و تشخیص قطعی

در شبکه توزیع برق یک شهر، پست‌های برق و محله‌ها از طریق کابل‌های انتقال به یکدیگر متصل هستند. هر پست یا محله را می‌توان به صورت یک رأس از گراف در نظر گرفت و هر کابل، اتصال بین آن‌ها یک یال بدون جهت است. گاهی به دلیل خرابی کابل‌ها، بخشی از شبکه از پست اصلی برق جدا می‌شود و برخی محله‌ها دیگر به برق دسترسی ندارند.

شرکت توزیع برق می‌خواهد سیستمی داشته باشد که بتواند سریع بررسی کند:

- آیا از پست اصلی برق می‌توان به یک محله مشخص رسید؟
- اگر بله، کمترین تعداد کابل‌هایی که باید طی شود تا برق به آن محله برسد چند تاست؟

- اگر مسیر وجود نداشت، مشخص شود که آن محله در حال حاضر در وضعیت قطعی برق قرار دارد.

از آنجایی که همه کابل‌ها وزن یکسان دارند، بهترین روش برای حل این مسئله استفاده از الگوریتم **پیمایش سطحی (BFS)** است که گراف را لایه‌به‌لایه پیمایش می‌کند و کوتاه‌ترین مسیر (بر حسب تعداد یال) را در گراف بدون وزن پیدا می‌کند.

وظیفه شما:

یک گراف بدون جهت با n رأس و m یال به شما داده می‌شود.

شماره رأس‌ها از 0 تا $n-1$ است.

در انتها دو عدد به شما داده می‌شود:

- s ← شماره پست اصلی برق (مبدأ)

- t ← شماره محله هدف

باید بررسی کنید:

- اگر از s بتوان به t رسید، کمترین تعداد یال بین آن‌ها را چاپ کنید.

- اگر هیچ مسیری وجود نداشت، عبارت زیر را چاپ کنید:

NO POWER

ورودی نمونه:

6 5

0 1

0 2

1 3

2 4

4 5

0 5

خروجی مورد انتظار:

3

سوال چهارم (۷۰ امتیاز) : بررسی مشابهت مقاله‌ها در یک مجله علمی

در یک مجله علمی، سردبیر می‌خواهد بررسی کند آیا مقاله‌های جدید شباهت زیادی با مقاله‌های قبلی دارند یا نه. برای این کار، هر مقاله به صورت مجموعه‌ای از کلمات در نظر گرفته می‌شود. فرض کنید در سیستم مجله n مقاله و m کلمه ممکن وجود دارد. برای هر مقاله یک بردار دودویی به طول m نگهداری می‌شود:

- اگر مقاله i شامل کلمه z باشد مقدار آن 1 است.

- در غیر این صورت مقدار آن 0 است.

برای اندازه‌گیری شباهت دو مقاله از شاخص **Jaccard** استفاده می‌کنیم:

$$|A \cap B| / |A \cup B|$$

اما محاسبه مستقیم این شباهت برای همه مقاله‌ها زمان زیادی می‌برد. بنابراین سردبیر تصمیم گرفته از روش **MinHash** استفاده کند تا شباهت‌ها را به صورت تقریبی تخمین بزند.

برای این کار:

۱. تعداد k جایگشت برای کلمات داده می‌شود.

۲. هر جایگشت یک تابع MinHash مستقل ایجاد می‌کند.

۳. امضای MinHash هر مقاله شامل k مقدار است.

برای هر جایگشت:

- بردار مقاله بر اساس آن جایگشت مرتب می‌شود.

- سپس اندیس اولین مقدار 1 در بردار جایگشت داده شده به عنوان مقدار MinHash در نظر گرفته می شود.

- اگر مقاله هیچ کلمه ای نداشته باشد مقدار MinHash برابر 1- در نظر گرفته می شود.

پس از محاسبه امضاها، شباهت تقریبی Jaccard دو مقاله به صورت زیر محاسبه می شود:

(تعداد هش های برابر) k /

کار شما این است که برای یک مقاله مشخص، شبیه ترین مقاله دیگر را بر اساس شباهت تقریبی MinHash پیدا کنید.

اگر چند مقاله شباهت یکسان داشتند، کوچک ترین شماره مقاله انتخاب شود.

ورودی:

خط اول شامل سه عدد است:

$n \ m \ k$

n : تعداد مقاله ها

m : تعداد کلمات ممکن

k : تعداد توابع MinHash (تعداد جایگشت ها)

در n خط بعدی، بردار دودویی هر مقاله داده می شود (m عدد 0 یا 1).

سپس k خط داده می شود که هر خط شامل یک جایگشت از اعداد 0 تا $m-1$ است.

در خط آخر شماره مقاله مورد نظر q داده می شود.

محدودیت ها

$$1 \leq n \leq 200$$

$$1 \leq m \leq 200$$

$$1 \leq k \leq 50$$

خروجی:

شماره مقاله‌ای که بیشترین شباهت تقریبی MinHash را با مقاله q دارد.
مقاله q خودش نباید در نظر گرفته شود.

ورودی نمونه:

4 6 3
1 0 1 0 1 0
1 1 0 0 1 0
0 0 1 1 0 0
1 0 0 1 0 1
0 1 2 3 4 5
2 1 0 3 5 4
5 4 3 2 1 0
0

خروجی مورد انتظار:

1

سوال پنجم (۱۰۰ امتیاز) : سامانه مسیریابی پهپادهای امدادی

در یک منطقه‌ی صنعتی که پس از زمین‌لرزه دچار نشت مواد رادیواکتیو شده، یک شبکه‌ی بزرگی از ایستگاه‌های امن وجود دارد که پهپادهای امدادی باید از میان آن‌ها عبور کنند. هر ایستگاه یک شماره دارد و بین بعضی از این ایستگاه‌ها مسیرهای پروازی وجود دارد. وزن هر مسیر، زمان پرواز مستقیم بین دو ایستگاه است.

اما به خاطر حضور ذرات رادیواکتیو، هر پهباد مجبور است هر پروازی که طولش از مقدار R بیشتر شود را به چند بخش کوتاهتر تقسیم کند. این تقسیم به این معناست:

• اگر وزن یال $w \leq R$ باشد، پهباد یکسره آن را طی می‌کند.

• اگر $R < w$ باشد، پهباد مجبور است آن مسیر را به چند پرواز کوتاهتر تقسیم کند؛ هر قطعه حداکثر R طول دارد.

• به ازای هر توقف برای شارژ و رفع آلودگی بین این قطعات، هزینه‌ی ثابت C به هزینه مسیر اضافه می‌شود.

برای مثال اگر $w=23$ و $R=10$ باشد، پهباد باید آن را در 3 قطعه طی کند: 10، 10، 3

این یعنی:

• 3 قطعه پرواز

• 2 توقف بین راه

• هزینه اضافی $= 2 \times C$

هدف شما یافتن کوتاه‌ترین زمان کل برای رسیدن از ایستگاه مبدأ S به ایستگاه مقصد T است.

اگر اصلاً راهی وجود نداشت، باید خروجی 1- چاپ کنید.

نکات مهم

• گراف جهت‌دار است.

• وزن یال‌ها منفی نیستند (طبق استاندارد دایکسترا).

• تعداد رأس‌ها طوری است که پیاده‌سازی $O(V^2)$ قابل قبول باشد.

• در محاسبه هزینه هر یال، توقف‌ها فقط بین قطعات هستند، نه در ابتدای مسیر یا انتهای آن.

ورودی

در خط اول:

$n \ m \ R \ C$

n : تعداد ایستگاه‌ها

m : تعداد مسیرها

R : مقدار R

C : هزینه توقف در هر ایستگاه

در خط دوم:

S T

ایستگاه مبدأ و مقصد

در m خط بعد:

u v w

مسیر جهت‌دار از u به v با وزن w زمان پرواز

خروجی

کمترین هزینه‌ی کل رسیدن از S به T

در صورت نبود مسیر، عدد -1

مثال

نمونه ورودی

4 4 10 5

0 3

0 1 3

1 2 4

2 3 2

0315

نمونہ خروجی

9

DSA - Spring 2026